***3. Синтез комбінаційних схем***

***Зм****.*

***Арк.***

***№ докум.***

***Підп.***

***Дата***

***Арк.***

***7***

*4*

***ІАЛЦ.463626.004 ПЗ***

***3.1. Представлення функції f4 в канонічних формах алгебр Буля, Шеффера,***

***Пірса та Жегалкіна***

***Алгебра Буля {І, АБО, НЕ}***

***f4ДДНФ=(X̅4X̅3X̅2X1)v(X̅4X̅3X2X̅1)v(X̅4X̅3X2X1)v(X̅4X3X̅2X1)v(X̅4X3X2X1)v(X4X̅3X̅2X̅1)***

***v(X4X̅3X̅2X1)v(X4X̅3X2X̅1)v(X4X̅3X2X1)v(X4X3X̅2X̅1)v(X4X3X̅2X1)v (X4X3X2X1)***

***f4ДКНФ= (X4vX3vX2vX̅4) ∙ (X̅4vX3vX2vX̅1) ∙ (X̅4vX3vX̅2vX̅1) ∙ (X̅4vX̅3vX̅2vX̅1)***

***Алгебра Шеффера {І-НЕ}***

***f4 = ((X4/X4)/(X3/X3)/(X2/X2)/X1)/((X4/X4)/(X3/X3)/(X2)/(X1/X1))/***

***((X4/X4)/(X3/X3)/(X2)/(X1))/((X4/X4)/(X3)/(X2/X2)/(X1))/((X4)/(X3/X3) /(X2/X2)/(X1/X1))/((X4)/(X3/X3)/(X2/X2)/(X1/X1))/((X4)/(X3/X3)(X2/X2)/(X1))/((X4)/(X3/X3)/(X2)/(X1/X1))/((X4)/(X3/X3)/(X2)/(X1))/((X4)/(X3)/(X2/X2)/(X1/X1))/((X4)/(X3)/(X2/X2)/(X1))/((X4)/(X3)/(X2)/(X1)).***

***Алгебра Пірса {АБО-НЕ}***

***f4 = ((X4)↓(X3)↓(X2)↓(X1↓X1)) ↓((X4↓X4) ↓(X3) ↓(X2) ↓(X1↓X1)) ↓((X4↓X4)↓(X3) ↓(X2↓X2)↓(X1↓X1)) ↓((X4↓X4) ↓(X3↓X3) ↓(X2↓X2) ↓(X1↓X1))***

***Алгебра Жегалкіна {ВИКЛЮЧНЕ АБО, І, const 1}***

***f4 = ((X4⊕1)(X3⊕1)(X2⊕1)(X1))⊕((X4⊕1)(X3⊕1)(X2)(X1⊕1)⊕((X4⊕1)***

***(X3⊕1)(X2)(X1))⊕((X4⊕1)(X3)(X2⊕1)(X1))⊕((X4⊕1)(X3)(X2)(X1))⊕((X4)(X3⊕1)***

***(X2⊕1)(X1⊕1))⊕((X4)(X3⊕1)(X2)(X1⊕1))⊕((X4)(X3⊕1)(X2)(X1))⊕((X4)(X3)***

***(X2⊕1)(X1⊕1))⊕((X4)(X3)(X2⊕1)(X1))⊕((X4)(X3)(X2)(X1)) =   
(X3X2X1)⊕(X4X1)⊕(X4X2)⊕(X2X1)⊕(X4)⊕(X2)⊕(X1)***

***3.2. Визначення належності функції f4 до п’яти передцповних класів***

* ***f(1111) = 1 => функція зберігає одиницю***
* ***f(0000) = 0 => функція зберігає нуль***
* ***f(0011) = f(1100) = 1 => функція не самодвоїста***
* ***f(0011) > f(0100) => функція не монотонна***
* ***функція нелінійна, оскільки її поліном Жегалкіна нелінійний***

***3.3. Мінімізація функції f4***

***Метод Квайна-Мак-Класкі***

***Виходячи з таблиці 2.2, запишемо стовпчик ДДНФ (К0), розподіливши терми за кількістю одиниць. Проведемо попарне склеювання між сусідніми групами***

***та виконаємо поглинання термів (рисунок 4.4)***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***K0*** | ***K1*** | ***K2*** | ***K3*** |
| ***~~0001 (1)~~*** | ***~~00X1 (1)~~*** | ***~~0XX1 (1)~~*** | ***~~XXX1 (1)~~*** |
| ***~~0010 (1)~~*** | ***~~0X01 (1)~~*** | ***~~X0X1 (1)~~*** | ***~~XXX1 (1)~~*** |
| ***~~0011 (1)~~*** | ***~~X001 (1)~~*** | ***~~0XX1 (1)~~*** | ***XXX1 (1)*** |
| ***~~0101 (1)~~*** | ***~~001X (1)~~*** | ***~~XX01 (1)~~*** |  |
| ***~~0111 (1)~~*** | ***~~X010 (1)~~*** | ***~~X0X1 (1)~~*** |  |
| ***~~1000 (1)~~*** | ***~~0X11 (1)~~*** | ***~~XX01 (1)~~*** |  |
| ***~~1001 (1)~~*** | ***~~X011 (1)~~*** | ***~~X01X (1)~~*** |  |
| ***~~1010 (1)~~*** | ***~~01X1 (1)~~*** | ***X01X (1)*** |  |
| ***~~1011 (1)~~*** | ***~~X101 (1)~~*** | ***~~XX11 (1)~~*** |  |
| ***~~1100 (1)~~*** | ***~~X111 (1)~~*** | ***~~XX11 (1)~~*** |  |
| ***~~1101 (1)~~*** | ***~~100X (1)~~*** | ***~~X1X1 (1)~~*** |  |
| ***~~1111 (1)~~*** | ***~~10X0 (1)~~*** | ***~~X1X1 (1)~~*** |  |
|  | ***~~1X00 (1)~~*** | ***10XX (1)*** |  |
|  | ***~~10X1 (1)~~*** | ***~~1X0X (1)~~*** |  |
|  | ***~~1X01 (1)~~*** | ***~~10XX (1)~~*** |  |
|  | ***~~101X (1)~~*** | ***1X0X (1)*** |  |
|  | ***~~1X11 (1)~~*** | ***~~1XX1 (1)~~*** |  |
|  | ***~~110X (1)~~*** | ***~~1XX1 (1)~~*** |  |
|  | ***~~11X1 (1)~~*** |  |  |

***Зм****.*

***Арк.***

***№ докум.***

***Підп.***

***Дата***

***Арк.***

***8***

*4*

***ІАЛЦ.463626.004 ПЗ***

***Рисунок 4.4 - Склеювання і поглинання термів***

***Одержані прості імпліканти запишемо в таблицю покриття (таблиця 4.3).***

***Таблиця 4.3 - Таблиця покриття***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***0001(F1)*** | ***0010(F1)*** | ***0011(F1)*** | ***0101(F1)*** | ***0111(F1)*** | ***1000(F1)*** | ***1001(F1)*** | ***1010(F1)*** | ***1011(F1)*** | ***1100(F1)*** | ***1101(F1)*** | ***1111(F1)*** |
| ***X01X (1)*** |  | ***+*** |  |  |  |  |  | ***+*** |  |  |  |  |
| ***10XX (1)*** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ***1X0X (1)*** |  |  |  |  |  | ***+*** |  |  |  | ***+*** |  |  |
| ***XXX1 (1)*** | ***+*** |  | ***+*** | ***+*** | ***+*** |  | ***+*** |  | ***+*** |  | ***+*** | ***+*** |

***В ядро функції входять ті терми, без яких неможливо покрити хоча б одну імпліканту.***

***Ядро = {X01X; 1X0X; XXX1}***

***В МДНФ входять всі терми ядра, а також ті терми, що забезпечують покриття всієї функції з мінімальною ціною.***

***f4МНДФ= (X̅3X2) v (X4X̅2) v (X1)***

***Метод невизначених коефіцієнтів***

***Зм****.*

***Арк.***

***№ докум.***

***Підп.***

***Дата***

***Арк.***

***9***

*4*

***ІАЛЦ.463626.004 ПЗ***

***Ідея цього методу полягає у відкушанні ненульових коефіцієнтів при кожній імпліканті. Метод виконується у декілька етапів:***

***1. Рівняння для знаходження коефіцієнтів представляється у вигляді таблиці (таблиця 4.4).***

***2. Виконується відкреслення нульових рядків.***

***3. Викреслюються вже знайдені нульові коефіцієнти на залишившихся рядках.***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x4*** | ***x3*** | ***x2*** | ***x1*** | ***x4x3*** | ***x4x2*** | ***x4x1*** | ***x3x2*** | ***x3x1*** | ***x2x1*** | ***x4x3x2*** | ***x4x3x1*** | ***x4x2x1*** | ***x3x2x1*** | ***x4x3x2x1*** | ***f4*** |
| ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***~~000~~*** | ***~~000~~*** | ***~~000~~*** | ***~~000~~*** | ***~~0000~~*** | ***~~0~~*** |
| ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***1*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***01*** | ***~~00~~*** | ***01*** | ***01*** | ***~~000~~*** | ***001*** | ***001*** | ***001*** | ***0001*** | ***1*** |
| ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~00~~*** | ***~~01~~*** | ***~~00~~*** | ***01*** | ***~~00~~*** | ***~~10~~*** | ***~~001~~*** | ***~~000~~*** | ***~~010~~*** | ***010*** | ***0010*** | ***1*** |
| ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~1~~*** | ***1*** | ***~~00~~*** | ***~~01~~*** | ***01*** | ***01*** | ***01*** | ***11*** | ***001*** | ***001*** | ***011*** | ***011*** | ***0011*** | ***1*** |
| ***~~0~~*** | ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~01~~*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***~~10~~*** | ***~~10~~*** | ***~~00~~*** | ***~~010~~*** | ***~~010~~*** | ***~~000~~*** | ***~~100~~*** | ***~~0100~~*** | ***~~0~~*** |
| ***~~0~~*** | ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***1*** | ***~~01~~*** | ***~~00~~*** | ***01*** | ***10*** | ***11*** | ***01*** | ***~~010~~*** | ***011*** | ***001*** | ***101*** | ***0101*** | ***1*** |
| ***~~0~~*** | ***~~1~~*** | ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~01~~*** | ***~~01~~*** | ***~~00~~*** | ***~~11~~*** | ***~~10~~*** | ***~~10~~*** | ***~~011~~*** | ***~~010~~*** | ***~~010~~*** | ***~~110~~*** | ***~~0110~~*** | ***~~0~~*** |
| ***~~0~~*** | ***~~1~~*** | ***~~1~~*** | ***1*** | ***~~01~~*** | ***~~01~~*** | ***01*** | ***~~11~~*** | ***11*** | ***11*** | ***~~011~~*** | ***011*** | ***011*** | ***111*** | ***0111*** | ***1*** |
| ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~10~~*** | ***10*** | ***~~10~~*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***~~00~~*** | ***100*** | ***~~100~~*** | ***100*** | ***~~000~~*** | ***1000*** | ***1*** |
| ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***1*** | ***~~10~~*** | ***10*** | ***11*** | ***00*** | ***01*** | ***01*** | ***100*** | ***101*** | ***101*** | ***001*** | ***1001*** | ***1*** |
| ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~10~~*** | ***~~11~~*** | ***~~10~~*** | ***01*** | ***~~00~~*** | ***~~10~~*** | ***101*** | ***~~100~~*** | ***~~110~~*** | ***010*** | ***1010*** | ***1*** |
| ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~1~~*** | ***1*** | ***~~10~~*** | ***11*** | ***11*** | ***01*** | ***01*** | ***11*** | ***101*** | ***101*** | ***111*** | ***011*** | ***1011*** | ***1*** |
| ***~~1~~*** | ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~0~~*** | ***~~11~~*** | ***10*** | ***~~10~~*** | ***~~10~~*** | ***~~10~~*** | ***~~00~~*** | ***110*** | ***~~110~~*** | ***100*** | ***~~100~~*** | ***1100*** | ***1*** |
| ***~~1~~*** | ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***1*** | ***~~11~~*** | ***10*** | ***11*** | ***~~10~~*** | ***11*** | ***01*** | ***110*** | ***111*** | ***101*** | ***101*** | ***1101*** | ***1*** |
| ***~~1~~*** | ***~~1~~*** | ***~~1~~*** | ***~~0~~*** | ***~~11~~*** | ***~~11~~*** | ***~~10~~*** | ***~~11~~*** | ***~~10~~*** | ***~~10~~*** | ***~~111~~*** | ***~~110~~*** | ***~~110~~*** | ***~~110~~*** | ***~~1110~~*** | ***~~0~~*** |
| ***~~1~~*** | ***~~1~~*** | ***~~1~~*** | ***1*** | ***~~11~~*** | ***~~11~~*** | ***11*** | ***~~11~~*** | ***11*** | ***11*** | ***~~111~~*** | ***111*** | ***111*** | ***111*** | ***1111*** | ***1*** |

***4. Імпліканти, що залишилися, поглинають імпліканти справа від них.***

***Таблиця 4.4 - Метод невизначених коефіцієнтів***

***В ядро функції входять ті терми, без яких неможливо покрити хоча б одну імпліканту.***

***Ядро = {X01X; 1X0X; XXX1}***

***В МДНФ входять всі терми ядра, а також ті терми, що забезпечують покриття всієї функції з мінімальною ціною.***

***f4МНДФ= (X̅3X2) v (X4X̅2) v (X1)***

***Метод діаграм Вейча***

***Метод діаграм Вейча – це графічний метод, призначений для ручної мінімізації. Його наочність зберігається за невеликої кількості аргументів.***

***Кожна клітинка відповідає конституанті. Кожний прямокутник, що містить 2k елементів, відповідає імпліканті. Прямокутник максимального розміру відповідає простій імпліканті (рисунок 4.5).***